

考試別：身心障礙人員考試

等別：三等考試

類科：電力工程

科目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、請用拉普拉斯轉換 (Laplace transform) 解微分方程式：

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 30e^{-x}, y(0) = 3, y'(0) = -3, y''(0) = -47, \text{ 其中}$$

$$y' = \frac{dy}{dx}, y'' = \frac{d^2y}{dx^2}, y''' = \frac{d^3y}{dx^3}. \quad (10 \text{ 分})$$

二、令矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 6 \\ -9 & -8 & 12 \\ -12 & -12 & 16 \end{bmatrix}$

(一)求矩陣 \mathbf{X} 使得 $\mathbf{D} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{X}$ 成為一對角矩陣 (diagonal matrix)。(7分)

(二)求 \mathbf{A}^{50} 。(8分)

三、令向量函數 $\mathbf{F} = [-y, x, z^2]$ ，曲線 C 為螺旋圓弧線 $\mathbf{r}(t) = [2\cos t, 2\sin t, t]$ 從 $(2, 0, 0)$ 到 $(-2, 0, \pi)$ ，試求下列線積分 (line integral)。

(一) $\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$ (5分)

(二) $\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) dt$ (5分)

四、已知 $\frac{1}{1+z} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n$ ， $|z| < 1$ 。請針對以下各範圍，以 $z = i$ 為中心，將一個複數函

數 $f(z) = \frac{5z+i2}{z(z+i)}$ 做級數展開 (series expansion)：

(一) $|z-i| < 1$ (8分)

(二) $2 < |z-i| < \infty$ (7分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：4309

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 若向量 $F = i + j + k$, $G = i - j - k$ ，則下列向量何者與 F, G 線性相依 (linearly dependent) ？

- (A) i (B) j (C) k (D) $i + j - k$

2 在二維平面上，點 $(7, -4)$ 到直線 $-4x + 3y - 10 = 0$ 的距離為何？

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 50

3 下列參數式 (parameter representation) $[x, y, z]$ 中，何者代表橢圓？

- (A) $[1, 2\cos t, -\sin t]$ (B) $[-\sin t, \cos 2t, 1]$ (C) $[2\cos t, -\sin t, t]$ (D) $[-\sin t, t, \cos 2t]$

4 二函數分別為 $f = x + y - z$ 及 $g = xyz$ ，試求 $\nabla \cdot (\nabla(fg))$ ：

- (A) $2(yz + xz - xy)$ (B) $2(yz + xz + xy)$ (C) $yz + xz - xy$ (D) $yz + xz + xy$

5 下列何者為正交矩陣 (orthogonal matrix) ？

- (A) $\begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 19 & 13 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 2-3i & 3+4i \\ 1-5i & i \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$

6 令矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ，矩陣 B 滿足 $AB = BA$ ，則矩陣 B 可為何？

- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7 令矩陣 $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，有關其特徵值 λ 及特徵向量 (eigenvectors) \mathbf{x} 何者錯誤？

- (A) $\lambda = 5$ (B) $\lambda = 3$ (C) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (D) $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 8 令矩陣 A 為一 66×18 之矩陣且其秩 (rank) 為 13，若有 m 個線性獨立 (linearly independent) 向量滿足 $Ax = 0$ ，另若有 n 個線性獨立 (linearly independent) 向量滿足 $A^T y = 0$ ，其中右上標 T 表示轉置 (transpose)，則 $m+n$ 最大值為何？
- (A)13 (B)26 (C)58 (D)66
- 9 令 $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ 為一複數級數 (complex series)，若 $z_n \neq 0$ 且已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{z_{n+1}}{z_n} \right| = L$ ，則下列敘述何者錯誤？
- (A)若 $L < 1$ ，則此級數收斂 (B)若 $L < 1$ ，則此級數絕對收斂 (absolutely convergent)
- (C)若 $L > 1$ ，則此級數發散 (D)若 $L = 1$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 0$ ，則此級數收斂
- 10 假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z-2i|=2$ ，試求積分 $\int_C \frac{\exp(z)}{(z^2 + \pi^2)} dz$ 為何？
- (A)0 (B) i (C) $-i$ (D)-1
- 11 $\sqrt{17}e^{i(\pi - \tan^{-1}(4))}$ 化簡後可得：
- (A) $1+4i$ (B) $1-4i$ (C) $-1+4i$ (D) $-1-4i$
- 12 $y'' - xy' + 2y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$
以級數法解得 $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ，則 $\sum_{n=0}^2 a_n = ?$
- (A)0 (B)-1 (C)2 (D)1
- 13 $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ 滿足下列那種性質？其中 c 為實常數：
- (A)拋物線型 (B)橢圓型 (C)熱傳導方程式 (D)波動方程式
- 14 已知 $F(s) = \frac{3s-4}{s^2+5s+4}$ ，求其所對應之反拉氏轉換 (Inverse Laplace Transform) 函數 $f(t)$ ：
- (A) $\frac{7}{3}e^{-4t} + \frac{16}{3}e^{-t}$ (B) $-\frac{7}{3}e^{-t} + \frac{16}{3}e^{-4t}$ (C) $\frac{7}{3}e^{-t} - \frac{16}{3}e^{-4t}$ (D) $-\frac{7}{3}e^{-4t} + \frac{16}{3}e^{-t}$

15 一函數 $f(x) = e^{-3x}$, $x > 0$, 下列何者正確?

(A) $f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos wx}{9+w^2} dw$

(B) $f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin wx}{9+w^2} dw$

(C) $f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{w \cos wx}{9+w^2} dw$

(D) $f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{w \sin wx}{9+w^2} dw$

16 以級數 $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 求解 $y'' + x^2 y' + 4y = 1 + x^2$, 則其所得到的遞迴關係式 (Recurrence relation) 為何?

(A) $(n+1)a_{n+2} + (n+2)(n+1)a_{n+1} + 4a_n = 0$ for $n = 2, 3, \dots$

(B) $(n+2)(n+1)a_{n+2} + na_{n+1} + 4a_n = 0$ for $n = 2, 3, \dots$

(C) $(n+2)(n+1)a_{n+2} + (n+1)a_{n+1} + 4a_n = 0$ for $n = 2, 3, \dots$

(D) $(n+2)(n+1)a_{n+2} + 4a_n + (n-1)a_{n-1} = 0$ for $n = 2, 3, \dots$

17 下列何者為偶函數?

(A) $f(x) = x \cos x$

(B) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 6}$

(C) $f(x) = x^5 - 5x^3$

(D) $f(x) = \sin x$

18 自 $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ 中均勻且隨機 (uniformly and randomly) 挑出點 (x, y) , 令 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 試求當 $0 < r < 1$

時之累積分佈函數 (cumulative distribution function) 為何?

(A) r^4

(B) r^3

(C) r^2

(D) r

19 一射手射擊一目標 4 次, 每次射擊皆為獨立事件且命中之機率皆為 0.7, 試求該射手非全部命中亦非全部不命中之機率為何?

(A) $\frac{2401}{10000}$

(B) $\frac{2439}{5000}$

(C) $\frac{3759}{5000}$

(D) $\frac{8543}{10000}$

20 給定一個離散隨機變數 (discrete random variable) X , 它的機率質量函數 (probability mass function) 為

$$p(x) = \begin{cases} K \left(\frac{2}{3}\right)^x, & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \text{。則 } K \text{ 之值為何?}$$

(A) 1/2

(B) 2/3

(C) 3/4

(D) 2

測驗式試題標準答案

考試名稱：105年公務人員特種考試關務人員考試、105年公務人員特種考試身心障礙人員考試及
105年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試

類科名稱：電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：4309）

單選題數：20題 單選每題配分：2.50分

複選題數： 複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	A	A	A	C	C	B	C	D	D

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	D	D	B	D	D	B	C	C	A

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：